

A IMPORTÂNCIA DE ENSINAR OS QUATÉRNIOS PARA OS DISCENTES DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS: UMA REVISÃO DE SUA APLICAÇÃO NA FOTOGRAMETRIA.

Amanda Maria Da Silva¹

RESUMO

Com o objetivo de mostrar a utilidade do ensino dos quatérnios para os discentes da área de Ciências Geodésicas no ramo da fotogrametria é que foi proposto o presente estudo. O mesmo encontra-se dividido em três principais temáticas: Fotogrametria; Quatérnios; Ensino de Ciências Geodésicas. Os dados foram coletados através da bibliografia existente e analisados a partir do método qualitativo. Os resultados indicaram que ensinar os quatérnios trazem boas contribuições ao currículo dos discentes e Ciências Geodésicas, uma vez que a utilização dos quatérnios permite solucionar de modo mais simplório a equação da colinearidade, sem o risco de recair em sistemas mal condicionados. O estudo contribui para se repensar a necessidade se de trabalhar os quatérnios em fotogrametria, com os discentes de Ciências Geodésicas, uma vez que a fotogrametria constitui um dos principais meios de mapeamentos atuais, além dos alunos poderem ter mais um artifício na solução problemas fotogramétricos.

PALAVRAS-CHAVES: Fotogrametria; Quatérnios; Ensino de Ciências Geodésicas.

1-Graduação Licenciatura Plena em Matemática –UPE (2009), Especialização em Gestão Educacional e Coordenação Pedagógica- UFPE (2012), mestranda em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação – UFPE amanda27mendy@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

A fotogrametria é uma temática relevante em muitas áreas do conhecimento. Por exemplo, podemos citar os cursos de graduação em Licenciatura em Engenharia Geográficas e Engenharias Cartográficas e no nível de pós-graduação pode-se incluir o curso de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, o curso de Ciências Geodésicas, o curso de Fotogrametria no Reino Unido, além do curso de Engenharia geográfica (FCUL, 2012).

Isto porque encontram-se aplicações relacionadas até mesmo com arquitetura.

Os produtos fotogramétricos podem ser usados em diversos ramos como as ortofotocartas, que, por sua vez podem ser aplicadas no cadastro territorial urbano. Além delas podemos citar os mapas.

Na fotogrametria o modelo matemático principal é conhecido como equação da colinearidade. Nela são utilizadas coeficientes de uma matriz de rotação que pode ser no plano ou no espaço.

Essa equação pode ser solucionada de modo mais simples através dos quatérnios, uma vez que a solução pela matriz de rotação pode, em algumas vezes, ocasionar sistemas mal condicionados conforme Biasi e Gattass (2002).

O estudo permeia a seguinte questão: Qual a importância do estudo dos quatérnios para os discentes da área de Ciências Geodésicas, no que se refere à fotogrametria?

Os alunos de Ciências Geodésicas são formados para atuar em áreas como as que requerem conhecimentos de técnicas de mapeamentos, dentre elas a fotogrametria. Uma vez que a equação da colinearidade é elemento crucial na fotogrametria é importante que durante os cursos de graduação e/ou pós-graduação ensinem um modo simples de encontrar a solução, pois só desse modo o futuro profissional poderá sair, ao mesmo nesta questão, mais seguro de sua forma de aplicação. Esta prática formativa pode vir a propiciar um mais apto ao mercado de trabalho.

O objetivo geral deste estudo foi objetivo mostrar a utilidade dos quatérnios para os discentes da área de Ciências Geodésicas no ramo da fotogrametria. Os objetivos específicos foram: Indicar algumas aplicações dos quatérnios relatando sua importância em Geociências; Descrever a equação da colinearidade com os quatérnios; Listar as principais aplicações da equação da colinearidade.

O presente trabalho encontra-se dividido, primeiramente em: referencial teórico, metodologia, análise dos resultados e considerações finais. Em seguida são apresentadas as referências bibliográficas.

O trabalho se faz pertinente para os docentes compreenderem a importância dos quatérnios em geociências e para que os alunos possam ter mais um artifício na solução problemas que envolvem fotogrametria.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

CIÊNCIAS GEODÉSICAS

Segundo Francisco (2012), as ciências geodésicas dividem-se em: a Cartografia (a mais antiga), a Topografia, a Astronomia de Posição, a Fotogrametria, o Sensoriamento Remoto e a Geodésia. Elas permitem medir, representar e analisar o espaço geográfico com alta precisão. Estas disciplinas constituem elementos da grade curricular de cursos como engenharia geográfica e cartográfica.

Para que um profissional esteja mais preparado para fazer seu trabalho é importante que ele conheça bem cada uma dessas disciplinas, mesmo que tenha afinidade com uma ou

mais dessas disciplinas, uma vez que em seu local de trabalho (ou até em trabalhos particulares) necessitará fazer de tudo um pouco do que lhe compete.

O presente estudo se aprofunda numa dessas disciplinas: a fotogrametria (método de mapeamento que serve para longas distâncias e que é mais sofisticada).

FOTOGRAMETRIA

De acordo com Berberan (2002), a fotogrametria é: a arte, ciência e tecnologia usadas para obter informação fiável, quer métrica quer semântica, acerca de objetos, por meio da medição e interpretação de imagens obtidas através de registros de radiação visível. Algumas vezes ela recorre à faixa que está além do visível como radar, lidar e raios X. Os registros obtidos são imagens, e nelas, projeções bidimensionais oriundas de espaços tridimensionais. Cada fotografia, por si só e já que é bidimensional, não permite a reconstrução tridimensional do objeto. A fotogrametria visa fazer a modelação tridimensional do cenário a partir dessas projeções. A fotogrametria tem que recorrer a fotografias com sobreposição para proceder à reconstrução de um modelo tridimensional. O estabelecimento da correspondência, entre os conteúdos homólogos dessas imagens sobrepostas do cenário, permite fazer a referida reconstrução e, a partir desta, é possível descrever o cenário de uma forma julgada útil para prosseguir com outras atividades. O fato das imagens poderem estar em suporte numérico permite automatizar determinadas tarefas substituindo a visão humana pela visão artificial.

O termo fotogrametria significa medir graficamente usando luz como assegura Tommaselli (1999). Com a chegada de novos tipos de sensores uma definição mais abrangente de Fotogrametria como a arte, ciência e tecnologia de obtenção de informação confiável sobre objetos físicos e o meio ambiente através de processos de gravação, medição e interpretação de imagens fotográficas e padrões de energia eletromagnética radiante, além de outras fontes Tommaselli (1999).

A fotogrametria divide-se em: fotogrametria (propriamente dita) - quando está em causa, principalmente, a observação de quantidades mensuráveis, a partir das quais outras quantidades são deduzidas; ou foto-interpretção - na qual a principal preocupação é avaliar a informação contida na fotografia, mas de um ponto de vista qualitativo (LUGNANI, 1987).

De acordo com o estacionamento do sensor divide-se em terrestre ou aérea. No primeiro caso o estacionamento efetua-se em terra enquanto que no segundo se utiliza um avião para transportar o sensor (BERBERAN, 2002).

A Fotogrametria divide-se em: Aerofotogrametria, Fotogrametria Espacial, Fotogrametria a curta distância (quando a distância da estação ao objeto é de 200 m conforme Silva (1995)) e Fotogrametria terrestre (quando as estações de observação colocadas diretamente no solo ou próximas deste, de acordo com Silva (1995)).

Segundo a tecnologia Berberan (2002) afirma que pode ser: analógica (recorre a equipamentos optico-mecânicos para compilar a informação contida nas fotografias; a informação é registrada em papel ou noutro suporte físico colocado em cima de uma mesa de desenho; esta está ligada ao estereorestituídor); analítica (neste caso o estereo-restituídor que é parcialmente controlado por computador, há um misto de analógica com o uso parcial do computador); digital (também chamada de numérica- as fotografias convencionais ou são convertidas para um formato numérico, ou adquiridas nesse formato, todo o processo fotogramétrico se desenvolve num computador).

Segundo Galo e Tozzi (2001) as Equações de colinearidade é fundamental para a fotogrametria.

Para Lugnani (1987), “a equação da colinearidade é deduzida com base na condição de que os pontos C, p e P (respectivamente: centro perspectivo, ponto imagem e ponto objeto)

pertencem a uma reta". Este autor deixa claro que essas equações relacionam imagem e espaço objeto. Suas principais aplicações são: Resseção espacial (numa foto consiste em dadas as coordenadas de n pontos ($n > 3$), as coordenadas dos pontos correspondentes no espaço objeto, a constante da câmera (f) e valores aproximados dos parâmetros incógnitos calcular os parâmetros de orientação exterior da câmera); pode ser aplicada na orientação relativa; determinação do Centro Perspectivo de um instrumento restituidor; Projeção analítica, além de retificação de imagens. Observe a figura abaixo:

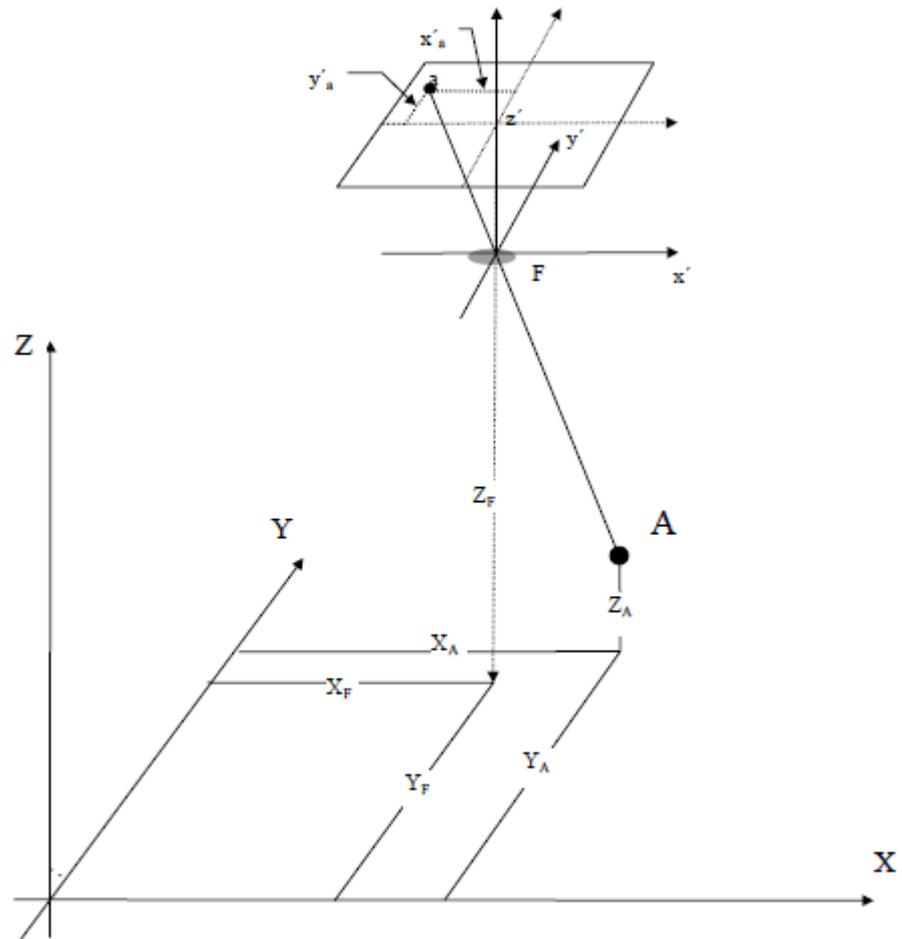


Figura 1- Condição da colinearidade (BERBERAN, 2002).

Podemos aplicar semelhança de triângulos. Com isso teremos:

$$\frac{x_a}{x'_a} = \frac{y_a}{y'_a} = \frac{z_a}{z'_a}$$

Onde podemos escrever:

$$x_a = z_a \times \frac{x'_a}{z'_a}$$

$$y_a = z_a \times \frac{y'_a}{z'_a}$$

Se considerarmos o sistema OXYZ do espaço objeto transladado, que não seja paralelo e com diferente escala com respeito a figura anterior. A relação matemática nos diz que, pela transformação de similaridade:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} = \lambda' M^t \begin{bmatrix} x'_a \\ y'_a \\ z'_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X^c \\ Y^c \\ Z^c \end{bmatrix}$$

Em que a transformação inversa é dada por:

$$\begin{bmatrix} x'_a \\ y'_a \\ z'_a \end{bmatrix} = \lambda M \begin{bmatrix} X_a - X^c \\ Y_a - Y^c \\ Z_a - Z^c \end{bmatrix}$$

Que resulta em:

$$x = -f \times \frac{m_{11}(X - X^c) + m_{12}(Y - Y^c) + m_{13}(Z - Z^c)}{m_{31}(X - X^c) + m_{32}(Y - Y^c) + m_{33}(Z - Z^c)}$$

$$y = -f \times \frac{m_{21}(X - X^c) + m_{22}(Y - Y^c) + m_{23}(Z - Z^c)}{m_{31}(X - X^c) + m_{32}(Y - Y^c) + m_{33}(Z - Z^c)}$$

No qual m_{ij} os coeficientes são elementos de uma matriz de rotação no plano. Se o sistema de rotações estiver no espaço teremos:

$$x = -f \times \frac{r_{11}(X - X^c) + r_{12}(Y - Y^c) + r_{13}(Z - Z^c)}{r_{31}(X - X^c) + r_{32}(Y - Y^c) + r_{33}(Z - Z^c)}$$

$$y = -f \times \frac{r_{21}(X - X^c) + r_{22}(Y - Y^c) + r_{23}(Z - Z^c)}{r_{31}(X - X^c) + r_{32}(Y - Y^c) + r_{33}(Z - Z^c)}$$

QUATÉRNIOS

Um modo de representar as rotações no espaço é através dos quatérnios (MALVEZZI, 2004), que não originam sistemas mal condicionados (fato que ocorre com quando usamos os ângulos de Euler).

Os quatérnios são aplicados em várias áreas como: computação gráfica (ARAÚJO, 2000) e em questões agrícolas conforme afirma Botega e Crunivel (2009). Os quatérnios podem der usados na orientação absoluta em Fotogrametria (GALO e TOZZI, 2001).

Os quatérnios foram criados por Willian R. Hamilton , em 1843, e são definidos no espaço R^4 (sendo algumas vezes simbolizados por H). Eles podem ser interpretados de vários modos tais como: um vetor de dimensão quatro, um número complexo com três unidades imaginárias, um número hipercomplexo, etc. Segundo Galo e Tozzi (2001) genericamente os quatérnios são representados por:

$$q = q + q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k} = q + \vec{q} = (q, \vec{q}) = (q, q_x, q_y, q_z) \because \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$$

são vetores escalares que valem 1.

A soma de quatérnios se dá de forma algébrica. Segundo Biasi e Gattass (2002) a relevância dos quatérnios reside na multiplicação que é dada pela seguinte equação:

$$q_1 q_2 = (q_1, \vec{q}_1) \cdot (q_2, \vec{q}_2) = (q_1 \cdot q_2 - \vec{q}_1 \cdot \vec{q}_2, q_1 \cdot \vec{q}_2 + q_2 \cdot \vec{q}_1 + \vec{q}_1 \times \vec{q}_2)$$

Com o uso dos quatérnios a rotação torna-se mais simples, haja vista que com os ângulos de Euler deve ser feita sucessivas multiplicações. Se, com os quatérnios desejemos realizar uma rotação θ em torno do vetor unitário a rotação será dada por (conforme Galo e Tozzi, 2001):

$$q = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{v} = \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{v}\right)$$

Em áreas como a Fotogrametria o uso de matriz de rotação na forma de ângulos de Euler aparece com certa frequência. Nessa área há um modelo matemático fundamental denominado de Equações de Colinearidade que, por sua vez, fazem uso da matriz de rotação com base nesses ângulos. No entanto, quando aplicadas os quatérnios as derivadas em relação aos parâmetros serão mais simples.

Segundo Jain et al (1995, apud. GALO E TOZZI, 2001) “o uso dos quatérnios possibilita a solução dos problemas de orientação por meio de sistemas bem condicionados”.

Se aplicarmos os quatérnios à equação da colinearidade teremos (representando por q os quatérnios):

$$|q| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1$$

x

$$= -f \frac{(q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)(X - X^c) + 2(q_0 q_1 - q_2 q_3)(Y - Y^c) + 2(q_1 q_3 + q_0 q_2)(Z - Z^c)}{2(q_1 q_3 - q_0 q_2)(X - X^c) + 2(q_2 q_3 + q_0 q_2)(Y - Y^c) + (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)(Z - Z^c)}$$

y

$$= -f \frac{2(q_1 q_2 + q_0 q_3)(X - X^c) + (q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2)(Y - Y^c) + 2(q_2 q_3 + q_0 q_1)(Z - Z^c)}{2(q_1 q_3 - q_0 q_2)(X - X^c) + 2(q_2 q_3 + q_0 q_2)(Y - Y^c) + (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)(Z - Z^c)}$$

Esta equação anteriormente descrita permite a solução de modo mais simples de problemas que no âmbito da fotogrametria.

3. METODOLOGIA

Na pesquisa abordou-se o método qualitativo, o qual é orientado para um problema específico, devido a poder decidir intencionalmente, levando em consideração vários fatores como os sujeitos que sejam essenciais, segundo o ponto de vista do investigador para esclarecer o assunto em questão.

Os seus resultados da investigação são previstos para ajudar a lidar com problemas práticos com assegura Fazenda (1989), visto que este tipo de pesquisa pode usar recursos aleatórios para fixar a amostra. Isto é, procura uma espécie de representatividade do grupo maior dos sujeitos que irão participar no estudo Triviños (1987).

Esta pesquisa foi exploratória de cunho bibliográfico.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos encontram-se organizados a partir da bibliografia existente. Pode ser observado o quanto a fotogrametria se faz importante aos futuros profissionais, principalmente no que se refere às aplicações advindas da equação da colinearidade, bem como a grande utilidade dos quatérnios para evitar sistemas mal condicionados.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de mostrar a utilidade dos quatérnios para os discentes da área de Ciências Geodésicas no ramo da fotogrametria, discutimos três principais temáticas. São elas: Fotogrametria; Quatérnios; Ensino de Ciências Geodésicas. A interligação dessas temáticas nos possibilitou analisar os dados desta pesquisa por diversos olhares e melhor compreendermos os diferentes aspectos que norteiam as concepções e práticas que são estabelecidas no processo de atuação do coordenador pedagógico.

De uma maneira mais geral, entende-se que abordar os quatérnios nos cursos de modo geral de ciências geodésicas constitui-se em importante para a formação desses estudantes.

Para cumprir os objetivos específicos de: Indicar algumas aplicações dos quatérnios relatando sua importância em Geociências; Descrever a equação da colinearidade com os quatérnios; Listar as principais aplicações da equação da colinearidade foram feitas pesquisas de natureza bibliográfica, analisando a literatura existente.

Por fim, os objetivos específicos conduziram a compreender a grande importância do estudo dos quatérnios enquanto conteúdo para aplicação em fotogrametria. Neste sentido este estudo tentou contribuir para o trabalho de formação dos estudantes de ciências geodésicas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Edson Leite de. **Interpolação de Rotações de Objetos Sólidos via Quatérnios**. 103 f. Dissertação (Mestrado)- Curso de Pós-Graduação em Matemática CCEN-Universidade Federal da Paraíba- UFPB. João Pessoa, 2000.

BERBERAN, A. **Elementos de Fotogrametria Digital**. Universidade de Coimbra, UFTUC, Engenharia Geográfica, 2002. Disponível em: <<http://www.mat.uc.pt/~engeo/cadeiras/ano4afotogrametria>> Acesso em maio de 2012.

BIASI, Sérgio Coutinho de; GATTASS, Marcelo. **Utilização de Quaternios para a representação de rotações em 3D**. Disponível em: www.tecgraf.puc-rio.br/~mgattass/Quaternios.pdf . Acesso em julho de 2011.

BOTEGA, Leonardo C. CRUNIVEL, Paulo E. **Modelo de Rotação de Amostras Agrícolas Tridimensionais Utilizando Quatérnios e Dispositivo Não Convencional de Realidade Virtual**. 2009. Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/wrva/artigos/50421.pdf> Acesso em junho de 2012.

BRITO, Jorge Nunes; COELHO, Luiz. **Fotogrametria Digital**. 1ª Ed. Instituição Militar de Engenharia, Rio de Janeiro: 2002.

FAZENDA, Ivani. (org). **Metodologia da pesquisa educacional**. São Paulo: Cortez, 1989. 174 p.

FCUL, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. **Planos de Estudos Engenharia Geográficas**. Departamento de Engenharia geográfica, geofísica e energia. Disponível em: http://enggeografica.fc.ul.pt/2-ciclo.htm#msc_eg . Acesso em junho de 2012.

FRANCISCO, Wagner de Cerqueira e. **Geodesia**. Disponível em: <http://www.mundoeducacao.com.br/geografia/geodesia.htm> . Acesso em junho de 2012.

GALO, Mauricio; TOZZI, Clésio. L. **A representação de matrizes de rotação e o uso de quatérnios em ciências geodésicas**. MITISHITA, Edson Aparecido (Editor Chefe). Série em Ciências Geodésicas v-1 "30 anos da pós-graduação em Ciências Geodésicas", Imprensa Universitária da UFPR, Curitiba, p. 214-231, 2001.

LUGNANI, João Bosco. **Introdução à fototriangulação**. Curitiba: 1987.

MALVEZZI, Marcelo Curvacho. **ANIMAÇÃO EM TEMPO REAL COM KEYFRAME. IMPLEMENTAÇÃO DA CLASSE QUATERNIO PARA INTERPOLAÇÃO DE KEYFRAMES EM UMA CENA EM 3D**. Pontfícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.

SILVA, Daniel Carneiro. **Considerações práticas em fotogrametria a curta distância aplicada ao levantamento de um tanque e a questão da precisão exatidão**. 1995. 108 f. Dissertação (Mestrado)- Curso de Pós-Graduação em Ciências geodésicas. Universidade Federal do Paraná. Curitiba 1995.

TOMMASELLI, A. M. G. ; SILVA, J. F. C. da; HASEGAWA, J. K. ; GALO, M. ; DAL POZ, A. P. . **Fotogrametria: aplicações a curta distância**. In: MENEGUETE Jr, M.; ALVES, N. (org), FCT 40 anos, Perfil Científico-Educacional, Presidente Prudente SP, p.147-159, 1999.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a Pesquisa Qualitativa em Educação**. São Paulo: Atlas, 1987.